Prof. Zanrè Roberto
E-mail: roberto.zanre@gmail.com
Oggetto: corso chimica-fisica

Esercizi: Dinamica

Appunti di lezione

Indice

Roberto Zanrè

Meccanica: *studio del moto dei corpi.*

CINEMATICA
Descrizione del moto
essenzialmente una trattazione matematico/geometrica, senza riguardo alcuno alle cause del moto

Grandezze chiave: spostamento, velocitá, accelerazione

DINAMICA
Descrizione del moto in funzione delle **forze** e delle **proprietá** dei corpi in movimento

Grandezze chiave: Forza, massa

Le FORZE e la DINAMICA del punto materiale

Nella cinematica non ci siamo mai occupati delle cause del moto, ma esso veniva solo descritto in termini dei vettori **spostamento, velocitá,** ed **accelerazione**.

La dinamica analizza le cause del moto, cioé le **FORZE.** Tratteremo i corpi come punti materiali, con estensione a sistemi di punti materiali e corpi rigidi. Meccanica classica: grossi corpi che si muovono con velocitá trascurabili rispetto alla velocitá della luce (ad. esempio **non** il moto degli elettroni negli atomi, urto tra protoni ad alta velocitá ecc., meccanica quantistica)

1) **Forze costanti in modulo e direzione** (gravitazionale, funi tese, contatti con altri corpi)

2) **Forze di attrito**

3) **Dinamica del moto circolare uniforme**

Meccanica classica o Newtoniana

- **Caso particolare di teorie piú generali ma molto utile:**

  1) Consente di trattare moti che vanno dai movimenti delle molecole a quello delle galassie

  2) Dentro il suo campo di applicabilitá ha un elevato grado di precisione

- **Problema fondamentale della meccanica classica**

Viene dato un punto materiale di cui sono note le caratteristiche (massa, carica ecc.). Questo punto materiale viene posto con velocitá iniziale nota, in un ambiente del quale é data una descrizione completa. **Domanda: quale é il suo moto?**

Newton (1642-1727) Leggi del moto e legge di gravitazione universale

Le quattro forze

A tutt'oggi sappiamo che nell'universo (o meglio all´interno di quel 10% della massa individuabile di universo...) agiscono quattro tipi di forze :

La forza gravitazionale é comune a tutta la materia : tutti i corpi materiali si attirano reciprocamente. E´ proporzionale alle masse dei corpi ed inversamente proporzianale al quadrato delle distanze .

La forza elettromagnetica è prodotta dalle cariche elettriche : essa è sia attrattiva che repulsiva.

La forza nucleare debole agisce all'interno dei nuclei atomici : essa è responsabile della radioattività. Un neutrone è in effetti la fusione fra un protone ed un elettrone e questo grazie alla forza nucleare debole.

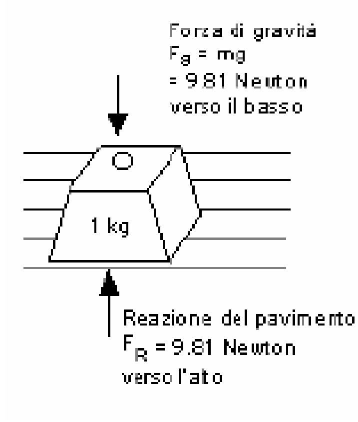
La forza nucleare forte agisce all'interno dei nuclei atomici : essa tiene assieme protoni e neutroni. I protoni sono posti a distanze enormemente piccole, non compatibili con le leggi elettromagnetiche.

Le tre leggi di Newton

I. "Ogni corpo persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché forze esterne a esso applicate non lo costringono a mutare questo stato".

II. "Quando una forza è applicata a un oggetto, esso accelera"

III. "Le forze si presentano sempre a coppie. Se un oggetto A esercita una forza F su un oggetto B, allora l'oggetto B eserciterà sull'oggetto A una forza -F uguale e contraria"



La prima legge (Principio di inerzia) ed i sistemi inerziali

"Ogni corpo persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché forze esterne a esso applicate non lo costringono a mutare questo stato".

Se mettiamo in moto un corpo su un tavolo, esso dopo un po´si ferma a causa dell´attrito, *non perché la nostra mano cessa di spingerlo.* Se si potesserto eliminare tutti gli attriti si noterebbe che la velocitá rimane costante. Una **forza** esterna sarebbe necessaria per **cambiare la velocitá del corpo** ed imprimere una **accelerazione.**

I sistemi di riferimento in cui vale si definiscono inerziali: si assume che abbiano accelerazione nulla rispetto alla materia lontana che costituisce la struttura su larga scala dell´universo

Non distingue tra caso in cui la **forza é nulla** oppure la **risultante delle forze é nulla: es.** se spingiamo un blocco su un tavolo con una forza che controbilancia esattamente le forze di attrito, esso si muove a velocitá costante.

Enunciazione alternativa: ***se su un corpo la risultante delle forze é nulla la sua accelerazione é nulla.***

Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali

Il principio di inerzia vale nei **sistemi di riferimento inerziali**. In questi sistemi l'accelerazione dei corpi è dovuta a ***forze reali***, ossia a forze causate dall'azione o interazione di un corpo fisico su un altro (ad esempio la forza di gravità, il pallone calciato da un giocatore). Nei sistemi inerziali, quindi, lo studio dei fenomeni fisici è particolarmente semplice.

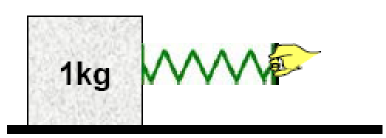
Nei **sistemi non inerziali (o accelerati)** i corpi non vengono accelerati da forze reali ma da forze apparenti, come ad esempio la **forza centrifuga** che noi percepiamo a bordo di una vettura affrontando una curva a velocità sostenuta. In realtà la forza in gioco è sempre quella d'inerzia, per cui il nostro corpo tende a proseguire dritto, nella stessa direzione che aveva la vettura prima di affrontare la curva; nel mezzo della curva, però, si ha la sensazione che ci sia una forza che ci spinge all'esterno.

Non sono inerziali, in generale, i sistemi che ruotano; ad esempio un oggetto posto su una piattaforma rotante di una giostra si sposta verso l'esterno senza che ci sia una forza reale a provocarne il movimento. Tuttavia il Sole e la Terra sono, con buona approssimazione, sistemi inerziali perché la loro velocità angolare di rotazione è talmente piccola da essere, di fatto, trascurabile e ininfluente rispetto al moto inerziale dei corpi.

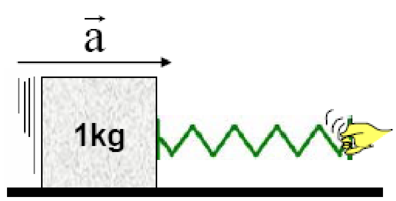
Un sistema di riferimento è inerziale se in esso vale la prima legge di Newton.

Il Newton (N), l´unitá di forza: definiamolo operativamente

Immaginiamo di posare il chilogrammo campione su un tavolo di e che l´attrito sia nullo



Stato di quiete: risultante delle forze nulla

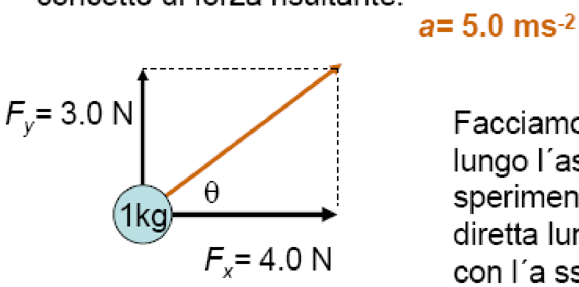


Tiriamolo in modo che il blocco subisca una accelerazione costante di modulo: ***a* = 1.0 ms^{-2}**

Diremo quindi che la molla (che costituisce l´elemento significativo dell´ambiente circostante), esercita una forza costante pari ad 1 N .

La Forza come grandezza vettoriale

Si puó verificare sperimentalmente che la forza non solo ha modulo ed orientazione, ma obbedisce alle leggi della somma vettoriale: solo cosí potremo definire im modo completo la forza come grandezza vettoriale ed utilizzare il concetto di forza risultante.



Facciamo in modo di esercitare una forza di 4.0 N lungo l´asse *x* e una di 3.0 N lungo l´asse *y. si trova* sperimentalmente che l´ accelerazione vale 5.0 ms^{-2}, diretta lungo una retta che forma un angolo di 36.9 ° con l´a sse *x*. Quindi abbiamo che il corpo viene sottoposto ad una forza di 5N in queste condizioni (vedi slide precedente), sotto un angolo di 36.9°.

Allo stesso risultato si perviene facendo una somma vettoriale F_x+F_y

La massa e la seconda legge di Newton

Dalle misure con il chilogrammo campione abbiamo visto che la accelerazione è proporzionale alla forza applicata.

E´facile verificare che la costante di proporzionalitá è proprio la massa m del corpo (ad esempio comparando il chilogrammo campione con altre masse ed imprimendo la stessa forza, poi si misura l´accelerazione).

Si enuncia cosí la 2a legge di Newton (equazione fondamentale della meccanica):

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

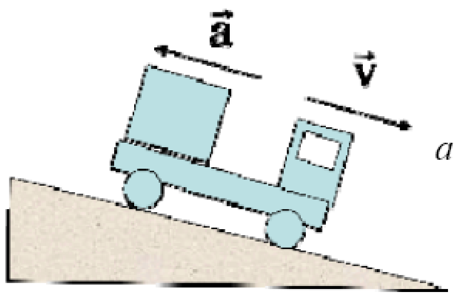
Che include anche la 1a legge: se $\vec{F} = 0 \Longrightarrow \vec{a} = 0$

La forza vettoriale si scompone nelle sue componenti scalari:

$$F_x = ma_x \qquad F_y = ma_y \qquad F_z = ma_z$$

Esercizio 22.

Uno scatolone di 360 kg sta in **quiete** e legato con una **fune** su un camion che percorre un rettilineo in discesa. Il camion imbocca la discesa ad una **velocità** di 100 km/h e rallenta fino a 60 km/h in 20 s. Assumendo che la **accelerazione sia costante** in questo intervallo di tempo, calcolare l'intensità (modulo) e la direzione della **forza risultante** sullo scatolone in questo intervallo di tempo.



Prima calcoliamo l´accelerazione dello scatolone e poi usiamo la seconda a legge di Newton per calcolare la forza.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(60-100)km/h}{20s} = \frac{(-40\times 10^3/3600)m/s}{20s}$$

$$a = -0.56 ms^{-2}$$

Il segno meno indica che l´accelerazione é negativa rispetto alla velocitá. Il modulo della forza risultante:

$$F = ma = 360\text{kg}\times 0.56\text{m}/\text{s}^2 = 200\text{N}$$

Questa Forza agisce nella stessa direzione dell´accelerazione ed opposta rispetto alla velocitá del camion

---

Esercizio 23.

Calcolare l'intensità e direzione della **forza** che viene esercitata sulla Luna mentre percorre la sua orbita circolare attorno alla Terra. Dati: accelerazione centripeta della Luna a = 2.73 $\times 10^{-3}$ ms^{-2} Massa lunare: m = 7.36 $\times 10^{22}$ kg.

Calcoliamo il modulo della forza esercitata sulla Luna a causa del suo moto:

$$F = ma = (7.36\times 10^{22}\, kg)(2.73\times 10^{-3}\, ms^{-2}) = 2.01\times 10^{20}\, N$$

Questa forza ha la stessa direzione dell'accelerazione centripeta, verso il centro dell'orbita (la Terra), perpendicolare rispetto al vettore velocità della Luna.

La 2^a legge di Newton si applica all'accelerazione centripeta allo stesso modo che per una accelerazione qualsiasi.
Ogni qual volta si manifesta una accelerazione in un corpo di massa *m,* questa **accelerazione** è provocata da una o più forze la cui **somma vettoriale** è:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Forza peso e massa

➤Il **peso (F_p)** di un corpo è la forza gravitazionale esercitata su di esso dalla Terra, ed è causa della accelerazione di gravitá **g =ca. 9.81 ms^{-2}.** Poiché sia W che g sono diretti verso il centro della terra, la forza peso vale:

$$\boxed{F_{\mathrm{p}} = mg}$$

Il valore di ***g*** varia leggermente secondo la latitudine, quindi il peso varia di conseguenza. Se misurassimo la forza peso con un dinamometro, troveremmo che varia in diverse localitá. **La massa invece (misurata dalla bilancia)** è una grandezza intrinseca.

➤In assenza di gravitá il peso diventa nullo, sebbene gli effetti inerziali e quindi la massa rimangano gli stessi: ad es. un astronauta in orbita puó "sollevare" un blocco di piombo facilmente (F_p=0), ma se gli dá un calcio si procura ugualmente un livido all´alluce!

La terza legge del moto di Newton

Ad ogni azione corrisponde sempre una reazione uguale e contraria; ovvero ***le mutue azioni di due corpi sono sempre uguali e dirette in versi opposti***

Le forze che si esercitano sui corpi hanno la loro origine nei corpi circostanti ed ogni forza è solo un aspetto della mutua interazione tra corpi.

Sperimentalmente si trova che , ogni volta che un corpo esercita una forza su un altro **(azione),** quest´ultimo ne esercita sempre una sul primo **(reazione)**. L´accelerazione risultante deriva dal fatto che le forze di azione-reazione, sempre a coppie, agiscono su corpi differenti (altrimenti l´accelerazione e la forza risultante sarebbero zero).

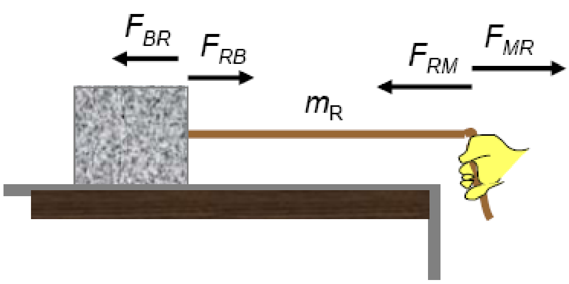
Sul terzo principio sono fondati, tra l´altro, tutti i sistemi propulsivi : ad es. quando un uomo cammina, spinge il suolo con un forza obliqua diretta secondo l´asse della gamba (circa), cui corrisponde e una reazione del suolo uguale e contraria, **la cui componente orizzontale ci "spinge in avanti"**.

Consideriamo un uomo che tira orizzontalmente una corda fissata ad un blocco sopra un tavolo orizzontale. L´uomo tira la corda con forza $\vec{F}_{MR}$ La corda esercita su di lui una forza uguale ed opposta $\vec{F}_{RM}$ e secondo la terza legge di Newton: $\vec{F}_{MR} = -\vec{F}_{RM}$

Inoltre la corda esercita sul blocco una forza $\vec{F}_{RB}$ ed il blocco una forza uguale ed opposta $\vec{F}_{BR}$, cosicché : $\vec{F}_{RB} = -\vec{F}_{BR}$ Quali sono le condizioni perché il blocco si muova? Dobbiamo capire cioè quale sono le condizioni per cui il blocco e la corda comincino a muoversi.

Intanto sopprimiamo la notazione vettoriale, poiché forze ed eventuale accelerazione si muovono sulla stessa retta (dobbiamo solo ricordarci del segno negativo).

Supponiamo che la corda abbia massa m_R; le uniche forze agenti sulla corda sono: F_{MR} e F_{BR}, per cui la forza risultante sulla corda è F_{MR}- F_{BR}. Se la corda accelera essa deve essere non nulla: $F_{MR} - F_{BR} = ma$ Quindi, anche se agiscono sullo stesso oggetto, queste due forze non sono una coppia azione-reazione.

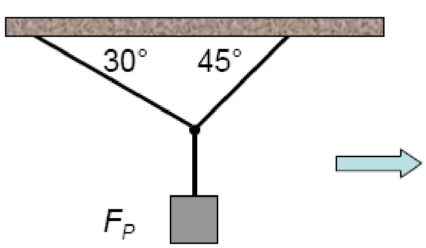


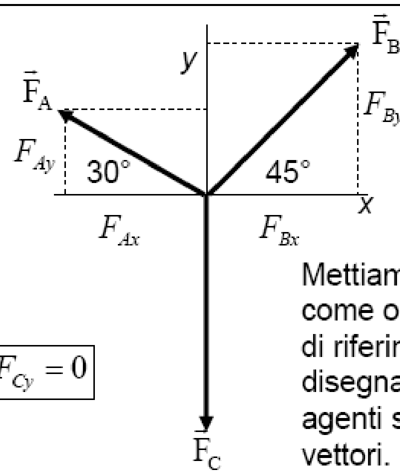
Il loro modulo sará uguale solo nel caso estremo che a=0. Piú precisamente la coppia di forze F_{MR} e F_{RM} uguaglierá in modulo la coppia F_{BR} e F_{RB} .

Se la massa della corda è trascurabile, la corda trasmette al blocco la forza esercitata dall´uomo, senza modificarla e la forza esercitata in ogni punto della corda si chiama **tensione**

Esercizio 24.

Impariamo a fare un diagramma di corpo libero = schema delle forze agenti su un corpo e loro risultante. Abbiamo un sistema di tre fili tenuto in tensione da un blocco di peso $\mathbf{F_P}$. Consideriamo come corpo, in quiete, il **nodo** di intersezione dei tre fili, supposti con massa trascurabile. Supponiamo di conoscere il **modulo** di **una** della forze agenti sul **nodo**: sappiamo calcolare le altre 2?





Mettiamo il corpo (il nodo) come origine del sistema di riferimento cartesiano xy e disegnamo tutte le forze agenti su di esso, come vettori.

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = 0$$

$$\boxed{F_{Ax} + F_{Bx} = 0} \qquad \boxed{F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 0}$$

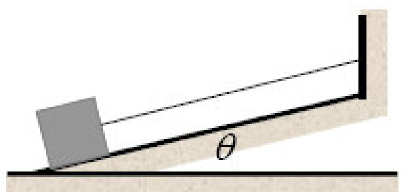
$$\begin{aligned}
F_{Ax} &= -F_A \cos 30° = -0.866 F_A \\
F_{Ay} &= -F_A \sin 30° = -0.5 F_A \\
F_{Bx} &= F_B \cos 45° = 0.707 F_B \\
F_{By} &= F_B \sin 45° = 0.707 F_B \\
F_{Cy} &= -F_P
\end{aligned}$$

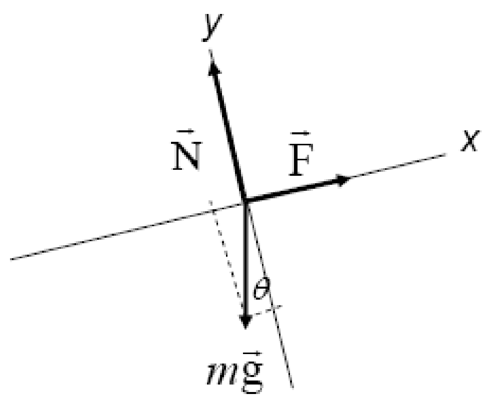
$$\boxed{\begin{aligned} -0.866F_A + 0.707F_B = 0 \\ 0.5F_A + 0.707F_B - F_P = 0 \end{aligned}}$$

Per cui basta conoscere una delle forze e si possono determinare le altre

Esercizio 25.

Lavoriamo con il moto di un corpo su un <u>piano inclinato</u>. Il blocco si trova **fermo** sul piano inclinato privo di attrito, che forma un angolo **θ** col piano orizzontale. Non scivola perché una fune di massa trascurabile lo tiene fissato. Noti **θ** ed **m** (la massa del blocco) determinare il **modulo** della forza *F* esercitata sul blocco dalla fune ed il **modulo** della forza normale **N**, cioè la forza che il piano inclinato esercita sul blocco.





Deve valere la **seconda legge di Newton**:

$$\sum \mathbf{F} = \mathrm{m} \cdot \mathbf{a}$$

E, dal momento che il blocco è in quiete e non modifica il suo stato di moto, l'accelerazione è **nulla**. Quindi:

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

Poniamo il blocco come origine del sistema di riferimento, il quale è solidale con il piano inclinato, quindi "ruotato" di θ rispetto ad un usuale piano *xy*. La forza peso $m\vec{g}$ forma quindi un angolo θ con la nostra asse *y*. La scelta del sistema di riferimento conviene in quanto solo una delle forze (peso) deve essere scomposta). Poiché non vi è accelerazione:

$$\boxed{\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} = 0} \quad \begin{cases} F - mg\sin\theta = 0 \\ N - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$

N.B: ricordate che il coseno è sempre associato all'angolo adiacente ed il seno all'angolo opposto!

Esercizio 26.

Tagliamo ora la fune eliminando la trazione **F**. La **risultante** delle forze **non è più nulla**, quindi il blocco subirà un'accelerazione. Quanto vale l'**accelerazione**?

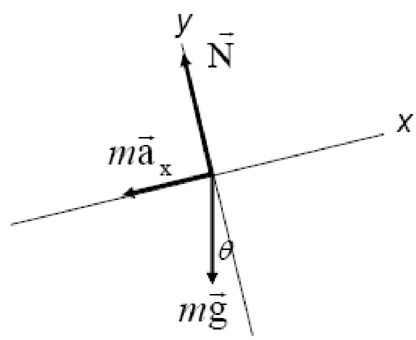
Chiaramente il blocco scivola lungo il piano inclinato, la nostra direttrice x, mentre non avrà accelerazione lungo l'asse *y*.

$$\sum \mathbf{Fx} = m \cdot \mathbf{a}_x \qquad \sum \mathbf{Fy} = m \cdot \mathbf{a}_y = 0$$

Dunque: $a_x = -g \cdot \sin\theta$ infatti:

$$ma_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$\boxed{ma_x = -mg\sin\theta}$$

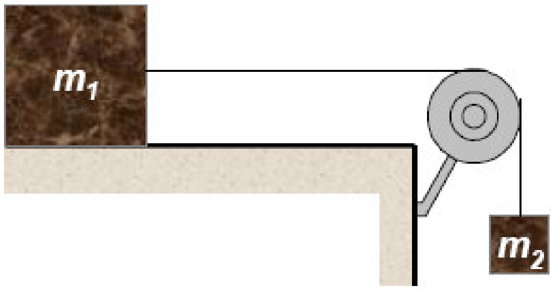


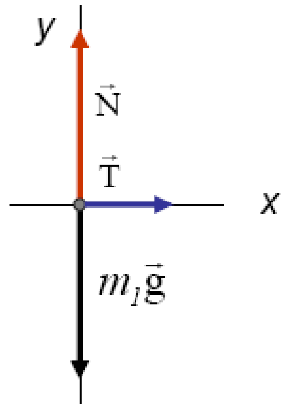
Il moto è quindi accelerato, ma se volessimo conferire ad esso una velocitá costante, quale forza di trazione dovremmo esercitare con la fune?
In questo caso il corpo deve avere accelerazione zero lungo il piano inclinato, quindi deve essere: $F - mg\sin\theta = 0$ e $\boxed{F = mg\sin\theta}$

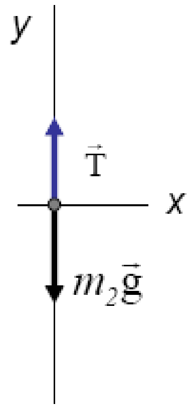
(disegno sbagliato).

Esercizio 27.

Due masse sono collegate da una fune; $\boldsymbol{m_1}$ giace su un piano orizzontale liscio, $\boldsymbol{m_2}$ pende liberamente sospeso ad una puleggia. La puleggia, supposta priva di massa ed attriti, ha semplicemente la funzione di <u>cambiare la direzione di tensione della fune</u>. La fune è supposta priva di massa e quindi la **tensione** ha lo stesso valore per ogni punto. Trovare l'**accelerazione** del sistema e la **tensione** della fune.







Corpo 1 **Corpo 2**

Supponiamo di scegliere il blocco di massa m_1 come corpo di cui vogliamo conoscere il moto. $\vec{N}$ è la forza di reazione esercitata dal piano sul blocco. $\vec{T}$ è la tensione della fune, che tira il corpo verso destra. Il blocco è accelerato solo sulla direttrice x, quindi $a_{1y} = 0$

$$N - m_1 g = m_1 a_{1y} = 0$$
$$T = m_1 a_{1x}$$

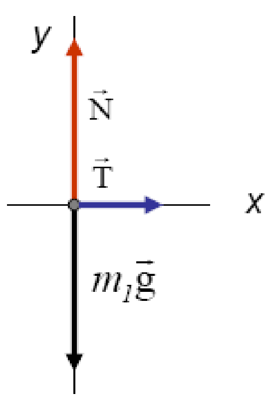
Siccome il sistema è accelerato non si puó certo scrivere $\cancel{T = m_2 g}$ come faremmo in un caso statico. Il blocco 2 infatti ha una accelerazione ricavabile da: $m_2 g - T = m_2 a_{2y}$

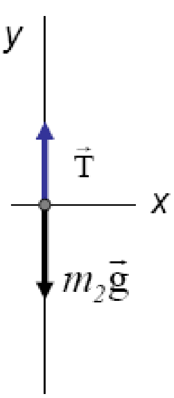
Ovviamente, in modulo, $a_{1x} = a_{2y}$. Per cui ora abbiamo un sistema di due equazioni in due incognite: la **tensione T** e l'**accelerazione**.

Quindi si ha:

$$N - m_1 g = m_1 a_{1y} = 0$$
$$T = m_1 a_{1x}$$
$$m_2 g - T = m_2 a_{2y}$$

$$a_{2y} = a_{1x} = a$$





$$m_2 g - T = m_2 a$$
$$T = m_1 a$$

Da cui si ricava:

$$a = g\frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

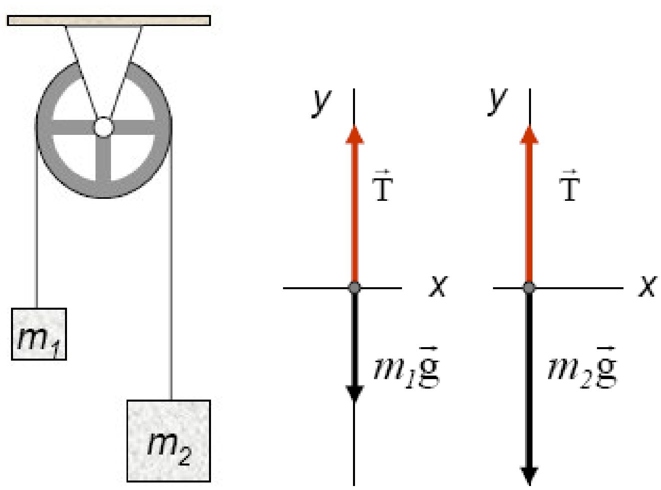
$$T = g\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Si noti che la **tensione** della fune è sempre minore di $m_2 g$, se il sistema ha una **accelerazione**. Inoltre $\boldsymbol{a < g}$. Solo quando $\boldsymbol{m_1=0}$ abbiamo $\boldsymbol{a = g}$. In questo caso $\boldsymbol{T=0}$.

Esercizio 28.

Consideriamo due masse disuguali, $\boldsymbol{m_2 > m_1}$, collegate da una fune che passa sopra una puleggia, priva di massa e di attriti. Trovare la **tensione** della fune e la **accelerazione** delle masse.

Consideriamo come positiva un'accelerazione diretta verso l'alto. Se l'accelerazione di m_1 è $\boldsymbol{a}$, quella di m_2 è $\boldsymbol{-a}$. Facciamo un diagramma delle forze per i due corpi. T è la tensione della fune.



Possiamo scrivere le **equazioni del moto**:

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases}$$

Risolvendo per **a** e **T**:

$$a = g\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \qquad T = g\frac{2m_1 m_2}{m_2 + m_1}$$

Esempio:
per m_1=1kg è a, quella di m_2=2kg e con $\boldsymbol{g}$ **= 9.8 ms**$^{\mathbf{-2}}$, si trova: $\boldsymbol{T}$ **= 13.1 N** e $\boldsymbol{a}$ **= 3.3 ms**$^{\mathbf{-2}}$. Si noti che T ha un valore intermedio tra i pesi delle masse (m_1g=9.8 N e m_2g=19.6 N). Infatti T deve essere > m_1g per imprimere all'oggetto una accelerazione verso l'alto e < m_2g per imprimere all'oggetto una accelerazione verso il basso.